Mines Nancy - 1ère année - Test 0 de MMCSF du 4 novembre 2016 - Durée 45 minutes

Aucun document autorisé - Calculatrices autorisées

Question :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	**Total**
Barème :	1	0,5	1,5	1,5	3,5	1	1	2	2	8	**22**
Points élève :											

NOM prénom : _____ **Gpe de TD :** ____

Vous rendrez les 4 pages de ce sujet - copie à la fin, toujours agrafées. Prenez le temps d'utiliser un brouillon et ***rédigez succinctement pour expliquer vos démarches et calculs***. On attend donc quelques explications en français dans chaque cadre entouré par des lignes épaisses.

Formulaire

$$\text{Déplacement : } \overline{\mathbf{u}}(\overline{\mathbf{X}}) = \overline{\mathbf{x}}(\overline{\mathbf{X}}) - \overline{\mathbf{X}} \tag{1}$$

$$\text{Gradient de la transformation : } \overline{\overline{\mathbf{F}}} : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ d\overline{\mathbf{X}} & \longmapsto & d\overline{\mathbf{x}} = \overline{\overline{\mathbf{F}}} \cdot d\overline{\mathbf{X}} \end{array} \tag{2}$$

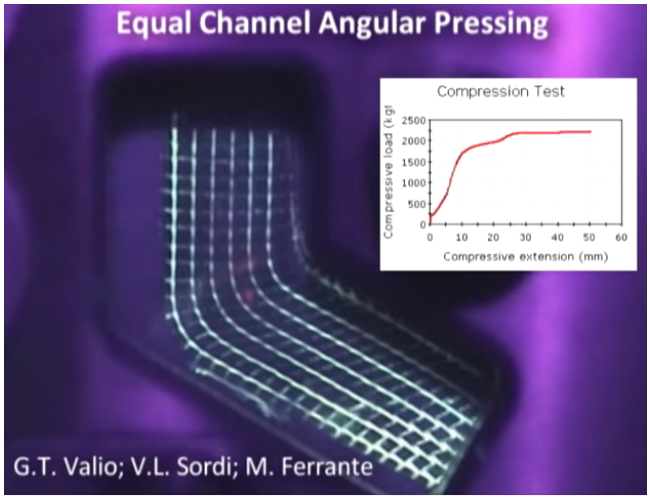
$$\text{Écriture générale d'un tenseur d'ordre 2 : } \overline{\overline{\mathbf{F}}} = \left(\overline{\overline{\mathbf{F}}} \cdot \overline{\mathbf{e}}_i\right) \otimes \overline{\mathbf{e}}_i \tag{3}$$

$$\text{Dilatation volumique : } J = \det[F] = \det \overline{\overline{\mathbf{F}}} = \frac{d^3x}{d^3X} \tag{4}$$

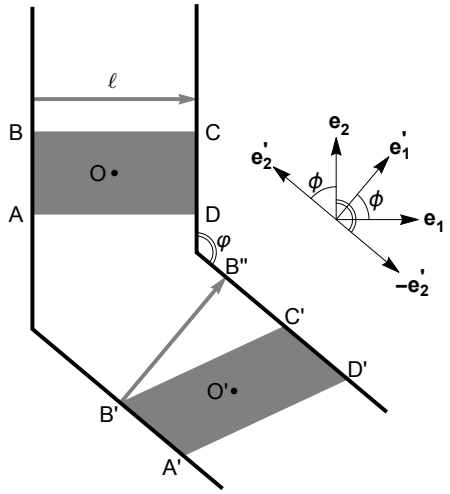
Exercice : *Étude cinématique de l'extrusion en filière coudée à section constante*

On s'intéresse au procédé de déformation plastique sévère d'***extrusion en filière coudée à section constante***. Le lopin de matériau, de forme parallélépipédique, est poussé par une presse dans une filière coudée lubrifiée, comme présenté sur ces figures - **a :** extrait d'un film ; **b :** schéma en coupe à mi-hauteur :

a :



b :



L'angle du coude est φ ; on introduit aussi l'angle supplémentaire $\phi = \pi - \varphi$. On utilise les bases orthonormées directes $\{\overline{\mathbf{e}}_i\}$ et $\{\overline{\mathbf{e}}'_i\}$ avec $\overline{\mathbf{e}}_3 = \overline{\mathbf{e}}'_3$ vecteur perpendiculaire au plan de la figure b, $\overline{\mathbf{e}}_2$ (resp. $\overline{\mathbf{e}}'_2$) donnant la direction des bords parallèles de la filière avant (resp. après) le coude. La filière est de section constante ℓh, avec ℓ sa largeur, la longueur des vecteurs $\overline{\mathbf{BC}}$ et $\overline{\mathbf{B'B''}}$ représentés en gris sur la figure b, h sa hauteur dans la direction $\overline{\mathbf{e}}_3$. On modélise le mouvement de façon lagrangienne en considérant qu'entre la configuration initiale d'un parallélépipède de matière de hauteur h, dont la coupe est en ABCD sur la figure b, et sa configuration actuelle, parallélépipède de hauteur h, dont la coupe est en A′B′C′D′, on a une transformation ***homogène***. Cette transformation produite par déformation plastique est donc ***isovolume***.

NOM prénom : **Gpe de TD :**

1 Sur la figure b, représentez les vecteurs déplacements des points matériels B et C. Que peut-on déduire de l'observation de ces vecteurs déplacements ?

-
-

2 Donnez l'expression des vecteurs $\overline{\mathbf{e}}'_1$ et $\overline{\mathbf{e}}'_2$ en fonction des vecteurs $\overline{\mathbf{e}}_1$ et $\overline{\mathbf{e}}_2$, et de l'angle ϕ.

$$\overline{\mathbf{e}}'_1 = \qquad\qquad , \qquad \overline{\mathbf{e}}'_2 = \tag{5}$$

3 Par le gradient de la transformation $\overline{\overline{\mathbf{F}}}$, on a

$$\overline{\mathbf{AB}} = (\ell/2)\overline{\mathbf{e}}_2 \quad \longmapsto \quad \overline{\overline{\mathbf{F}}} \cdot \overline{\mathbf{AB}} = \overline{\mathbf{A'B'}} = (\ell/2)\overline{\mathbf{e}}'_2 \tag{6}$$

$$\text{et} \qquad \overline{\mathbf{BC}} = \ell\overline{\mathbf{e}}_1 \quad \longmapsto \quad \overline{\overline{\mathbf{F}}} \cdot \overline{\mathbf{BC}} = \overline{\mathbf{B'C'}} = \overline{\mathbf{B'B''}} + \overline{\mathbf{B''C'}} = \ell\overline{\mathbf{e}}'_1 - 2\gamma\ell\overline{\mathbf{e}}'_2 \tag{7}$$

où $\gamma > 0$ est un coefficient sans dimension mesurant le ***cisaillement*** produit par le passage dans le coude. Déduisez de cela, et de l'absence de mouvement dans la direction $\overline{\mathbf{e}}_3$, l'image par $\overline{\overline{\mathbf{F}}}$ des vecteurs $\{\overline{\mathbf{e}}_i\}$.

4 Déduisez-en $\overline{\overline{\mathbf{F}}}$ sous la forme d'une somme de produits tensoriels de la forme $\overline{\mathbf{e}}'_i \otimes \overline{\mathbf{e}}_j$.

NOM prénom : | | **Gpe de TD :** | |

5 Établissez l'expression de $\overline{\overline{\mathbf{F}}}$ comme somme de produits tensoriels de la forme $\overline{\mathbf{e}}_i \otimes \overline{\mathbf{e}}_j$, puis identifiez la matrice $[F]$ représentant $\overline{\overline{\mathbf{F}}}$ dans la base $\{\overline{\mathbf{e}}_i\}$.

6 Si l'on n'avait pas de cisaillement, i.e., $\gamma = 0$, que serait la matrice $[F]$? À quelle transformation géométrique précise correspondrait-elle ?

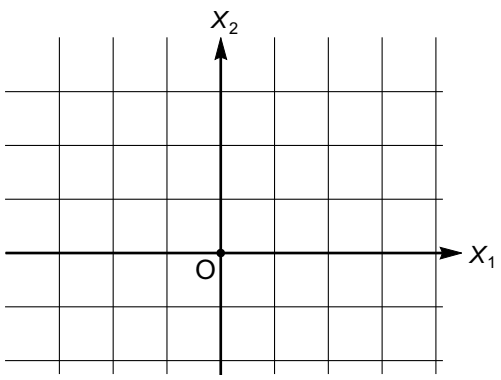
7 Revenant au cas réel, où $\gamma > 0$, montrez que le mouvement décrit par $\overline{\overline{\mathbf{F}}}$ est bien ***isovolume***.

On admet que, pour des raisons géométriques liées à ce qui se passe lorsque le matériau se déforme dans le coude, le coefficient $\gamma = \tan(\phi/2)$, d'où, à l'aide de formules trigonométriques, la nouvelle expression, différente en apparence seulement de celle que vous avez établie en question 5 :

$$[F] = \begin{bmatrix} 1+\gamma\sin\phi & -\gamma(1+\cos\phi) & 0 \\ \gamma(1-\cos\phi) & 1-\gamma\sin\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

NOM prénom : **Gpe de TD :**

8 Retrouvez par un calcul élémentaire le lien entre le gradient de déplacement $\overline{\overline{\boldsymbol{\nabla}}}\overline{\mathbf{u}} = \overline{\overline{\boldsymbol{\nabla}}}_{\mathbf{X}}\overline{\mathbf{u}}$ et le gradient de la transformation $\overline{\overline{\mathbf{F}}}$, puis calculez la matrice $[G]$ représentant $\overline{\overline{\boldsymbol{\nabla}}}\overline{\mathbf{u}}$ dans la base $\{\overline{\mathbf{e}}_i\}$.

9 Donnez un critère quantitatif de ***petite transformation***. Dans les cas représentés sur les figures a et b, est-on en petite transformation ?

10 On suppose $\phi = \pi/4$. Évaluez numériquement $[G]$. Pour $\overline{\mathbf{X}} = X_1\overline{\mathbf{e}}_1 + X_2\overline{\mathbf{e}}_2$, calculez les composantes du champ $\delta\overline{\mathbf{u}}(\overline{\mathbf{X}}) = \overline{\overline{\boldsymbol{\nabla}}}\overline{\mathbf{u}} \cdot \overline{\mathbf{X}}$. Représentez ce champ dans le plan $X_1\mathrm{O}X_2$, avec O le centre du rectangle ABCD de la figure b, X_1 (resp. X_2) la coordonnée dans la direction $\overline{\mathbf{e}}_1$ (resp. $\overline{\mathbf{e}}_2$). Expliquez sa signification physique et commentez, en identifiant une direction privilégiée.