Séance 8 de $\boxed{\text{Mécanique des fluides}}$

Modèle du fluide parfait appliqué aux écoulements instationnaires : Ondes sonores

1 Généralités : notion d'ondes dispersives ou non

Résumé de l'annexe B...
faisant le lien avec l'étude précédente des ondes interfaciales...

2 Ondes sonores... ou de la compressibilité des fluides

3 TD

Ex. 3.3 *Ondes sonores planes* et 3.4 *Coup de bélier*.

Prochain RV : test 1 ce mercredi, RV à 13h40 en salle P306...

Relation de « dispersion » :

$$\sigma \;=\; -\,i\omega(k) \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{\omega \;=\; \omega(k)}$$

Pourquoi ce terme « dispersion » ?

La réponse en considérant, dans une situation quasi-1D, un « paquet d'ondes » centrées sur le nombre d'onde k :

$$\zeta(x,t) \;=\; \int_{q\in\mathcal{V}(0)} \widehat{A}(k+q)\; e^{i[(k+q)x-\omega(k+q)t]}\; dq \;+\; c.c.$$

$$\zeta(x,t) \;=\; \underbrace{A(x,t)}_{\text{enveloppe lentement variable}} \quad \underbrace{e^{i[kx-\omega(k)t]}}_{\text{porteuse}} \;+\; c.c.$$

En 1ère approx. l'enveloppe qui décrit les modulations de la porteuse est une onde se propageant à la **vitesse de groupe**

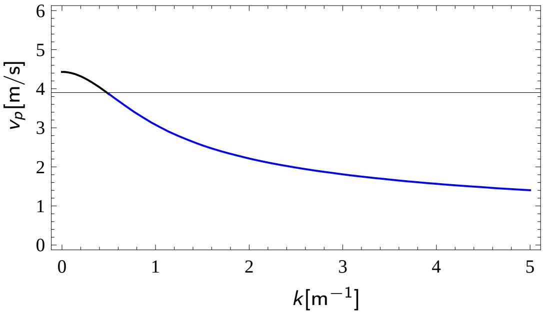
$$v_g(k) \;=\; \frac{d\omega}{dk}\;.$$

Ondes **dispersives** $\Leftrightarrow$ v_g dépend de k (ou ω) $\Leftrightarrow$ $v_p \;=\; \dfrac{\omega}{k}$ dépend de k (ou ω).

Les ondes de surface sont dispersives :

$$v_p^2 = \left(\frac{\omega}{k}\right)^2 = \underbrace{\frac{g}{k}\tanh(kh)}_{\text{terme de gravité}} + \underbrace{\frac{\gamma k}{\rho}\tanh(kh)}_{\text{terme capillaire}}$$

cas d'un bassin ou près de la plage : $h = 2$ m : $\sqrt{gh} = 4{,}4$ m/s :



Rem. : une étude détaillée des ondes de surface en eau profonde, avec une validation de l'hypothèse « fluide parfait », est proposée dans le pb. 3.2...

Ondes sonores... ou de la compressibilité des fluides

Celle-ci se caractérise par le **coefficient de compressibilité isentropique**

$$\kappa_S \;=\; \frac{1}{\rho}\left.\frac{\partial \rho}{\partial p}\right|_S \;=\; -\frac{1}{\mathcal{V}}\left.\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial p}\right|_S$$

qui permet de relier les fluctuations ρ' de masse volumique aux fluctuations p' de pression suivant

$$\rho' \;=\; \rho_0 \kappa_S \; p' \; .$$

On montre que ces petites fluctuations de pression, de masse volumique et de vitesse se propagent à la vitesse de phase

$$c \;=\; \frac{1}{\sqrt{\rho \; \kappa_S}} \; .$$

Les ondes sonores sont donc **non dispersives**.

TD : Ex. 3.3 *Ondes sonores planes* et 3.4 *Coup de bélier*.

Rem. : sur le *coup de bélier*, voyez aussi le pb. 3.7 *Quelques phénomènes dans une centrale hydraulique*.