

## Séance 3 de Mécanique des fluides

E. Plaut

<http://emmanuelplaut.perso.univ-lorraine.fr/mf>

### **Bilans d'énergies cinétique et interne - dissipation**

Applications :

- Énergie éolienne
- Circuit primaire de centrale nucléaire
- Rhéomètre de Couette cylindrique (TD - Pb. 1.1)

## Bilans d'énergie cinétique

Bilan local :

$$\rho \frac{de_c}{dt} = \rho \bar{\mathbf{g}} \cdot \bar{\mathbf{v}} + (\overline{\mathbf{div} \bar{\boldsymbol{\sigma}}}) \cdot \bar{\mathbf{v}} \quad \text{avec} \quad e_c = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{v}}^2 \text{ densité massique d'énergie cin.}$$

Bilan global :

$$\frac{dE_c}{dt} = P_{\text{volumiques}} + P_{\text{surfaiques}} + P_{\text{intérieurs}}$$

$$E_c = \iiint_{\Omega_t} \rho e_c d^3x, \quad \frac{dE_c}{dt} = \iiint_{\Omega_t} \frac{\partial(\rho e_c)}{\partial t} d^3x + \iint_{\partial\Omega_t} \rho e_c \bar{\mathbf{v}} \cdot \bar{\mathbf{n}} d^2S$$

$$P_{\text{volumiques}} = \iiint_{\Omega_t} \rho \bar{\mathbf{g}} \cdot \bar{\mathbf{v}} d^3x$$

$$P_{\text{surfaiques}} = \iint_{\partial\Omega_t} \bar{\mathbf{T}} \cdot \bar{\mathbf{v}} d^2S$$

$$P_{\text{intérieurs}} = - \iiint_{\Omega_t} \bar{\boldsymbol{\sigma}} : \bar{\mathbf{D}} d^3x$$

## Bilans d'énergie cinétique

Bilan local :

$$\rho \frac{de_c}{dt} = \rho \bar{\mathbf{g}} \cdot \bar{\mathbf{v}} + (\overline{\mathbf{div} \bar{\boldsymbol{\sigma}}}) \cdot \bar{\mathbf{v}} \quad \text{avec} \quad e_c = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{v}}^2 \quad \text{densité massique d'énergie cin.}$$

Bilan global :

$$\frac{dE_c}{dt} = P_{\text{volumiques}} + P_{\text{surfiques}} - P_{\text{dissipée}}$$

$$E_c = \iiint_{\Omega_t} \rho e_c d^3x, \quad \frac{dE_c}{dt} = \iiint_{\Omega_t} \frac{\partial(\rho e_c)}{\partial t} d^3x + \iint_{\partial\Omega_t} \rho e_c \bar{\mathbf{v}} \cdot \bar{\mathbf{n}} d^2S$$

$$P_{\text{volumiques}} = \iiint_{\Omega_t} \rho \bar{\mathbf{g}} \cdot \bar{\mathbf{v}} d^3x$$

$$P_{\text{surfiques}} = \iint_{\partial\Omega_t} \bar{\mathbf{T}} \cdot \bar{\mathbf{v}} d^2S$$

$$P_{\text{dissipée}} = 2\eta \iiint_{\Omega_t} \bar{\mathbf{D}} : \bar{\mathbf{D}} d^3x \geq 0$$

## Bilan global d'énergie cinétique

$$\frac{dE_c}{dt} = P_{\text{volumiques}} + P_{\text{surfaiques}} - P_{\text{dissipée}}$$

$$E_c = \iiint_{\Omega_t} \rho e_c d^3x, \quad \frac{dE_c}{dt} = \iiint_{\Omega_t} \frac{\partial(\rho e_c)}{\partial t} d^3x + \iint_{\partial\Omega_t} \rho e_c \bar{\mathbf{v}} \cdot \bar{\mathbf{n}} d^2S$$

### Application : estimation de la puissance disponible en éolien



Parc « Du haut des ailes »

Diamètre rotor :  $d = 82 \text{ m}$

Vent :  $V \simeq 12 \text{ m/s} \simeq 43 \text{ km/h}$

$\Rightarrow P_{\text{disponible}} \simeq ?$

[ Photo Burgmeier 2009 ]

## Bilan global d'énergie cinétique : estimation de la puissance du vent disponible en éolien

Puissance du vent par unité de surface

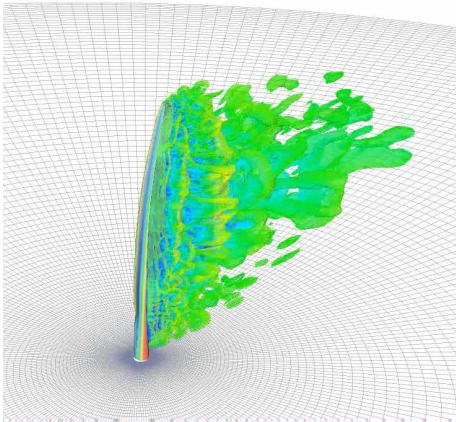
$$\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3, \quad V \simeq 12 \text{ m/s} \quad \Longrightarrow \quad \frac{P}{S} = \frac{1}{2} \rho V^3 \simeq 1 \text{ kW/m}^2$$

dont on capte au mieux environ 50%...

## Bilan global d'énergie cinétique : estimation de la puissance du vent disponible en éolien

$$P = \frac{1}{2}\rho V^3 S = \frac{\pi}{2}\rho V^3 d^2 \implies \text{course aux grands diamètres}$$
$$\implies \text{problèmes de résistance des pales -matériaux}$$

Étude de ce problème par simulations avec couplage fluide - structure :



ForWind / IWES Oldenburg

## Bilan global d'énergie cinétique

$$\frac{dE_c}{dt} = P_{\text{volumiques}} + P_{\text{surfaciques}} - P_{\text{dissipée}}$$

Mais où part l'énergie dissipée ?

Indice : penser à la maxime de Lavoisier



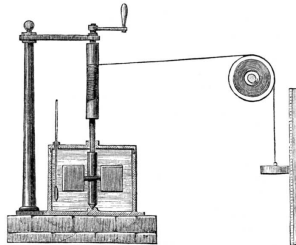
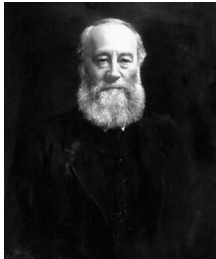
« Rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme »

## Bilan global d'énergie cinétique

$$\frac{dE_c}{dt} = P_{\text{volumiques}} + P_{\text{surfaciques}} - P_{\text{dissipée}}$$

Mais où part l'énergie dissipée ?

Indice : penser aussi à l'expérience de Joule...



[ Joule 1850 On the Mechanical Equivalent of Heat. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* ]



## Bilans d'énergie interne

1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique, **loi d'évolution de l'énergie totale**

$$\frac{dE_{\text{tot}}}{dt} = \frac{d(E_i + E_c)}{dt} = \underbrace{P}_{\text{efforts extérieurs}} + \underbrace{\dot{Q}}_{\text{taux de chaleur reçue}}$$

avec

$$\dot{Q} = \iiint_{\Omega_t} r \, d^3x - \iint_{\partial\Omega_t} \bar{\mathbf{J}}_{\text{chal}} \cdot \bar{\mathbf{n}} \, d^2S,$$

$r$  = taux volumique de production de chaleur ,

$\bar{\mathbf{J}}_{\text{chal}}$  = vecteur densité de flux de chaleur

↪ **Bilan global d'énergie interne**

$$\boxed{\frac{dE_i}{dt} = P_{\text{dissipée}} + \dot{Q}}$$

↪ **Bilan local d'énergie interne**

$$\boxed{\rho \frac{de_i}{dt} = 2\eta \bar{\mathbf{D}} : \bar{\mathbf{D}} + r - \text{div} \bar{\mathbf{J}}_{\text{chal}}}$$

## Bilans d'énergie interne

### Bilan local d'énergie interne

$$\rho \frac{de_i}{dt} = 2\eta \overline{\mathbf{D}} : \overline{\mathbf{D}} + r - \operatorname{div} \overline{\mathbf{J}}_{\text{chal}}$$

- Pour une variation infinitésimale  $dT$  de température,

$$de_i = c dT \quad \text{avec } c \text{ la } \mathbf{capacité calorifique massique}$$

- **Loi de Fourier** : le vecteur densité de flux de chaleur

$$\overline{\mathbf{J}}_{\text{chal}} = -\lambda \overline{\nabla} T \quad \text{avec } \lambda \text{ la } \mathbf{conductivité thermique}$$

- Taux volumique de production de chaleur

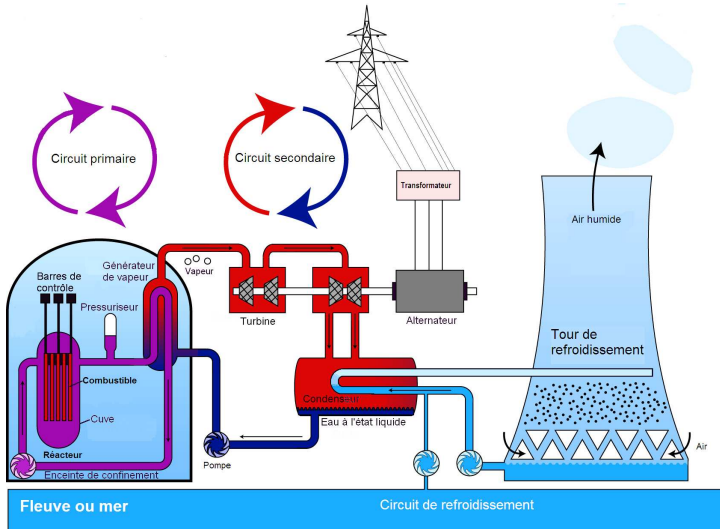
$$r = 0$$

↪ ** quation de la chaleur**

$$\rho c \frac{dT}{dt} = 2\eta \overline{\mathbf{D}} : \overline{\mathbf{D}} + \lambda \Delta T$$

# Bilan d'énergie interne : exemple avec production volumique de chaleur

Réacteur nucléaire à eau pressurisée :



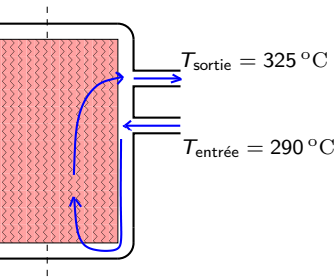
[ Wikipedia ]

## Bilan d'énergie interne : exemple avec production volumique de chaleur

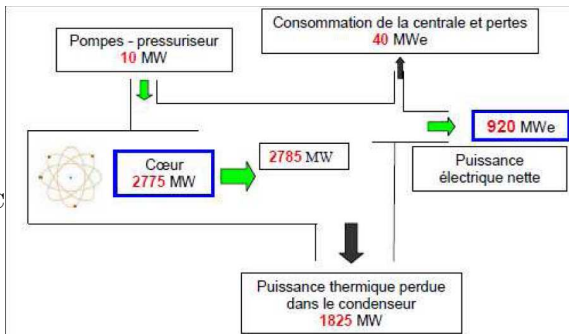
Partie « cuve » du circuit primaire d'un réacteur nucléaire 900 MWe.

Ce bilan doit permettre une estimation du **débit du fluide caloporteur**.

Schéma de la cuve :



bilan thermique :



[ Heim 2010 *Soutenance de stage AREVA* ]

## TD : début du pb. 1.1 : Écoulements de Couette cylindrique

Par ex. ceux de l'expérience de Couette cylindrique du Lemta :



[ Benbelkacem & Skali-Lami 2008 ]

## TD : début du pb. 1.1 : Écoulements de Couette cylindrique

Par ex. ceux des **paliers** de l'arbre du groupe turboalternateur d'une centrale nucléaire : ici partie du groupe avec la turbine basse pression et le générateur :



**Attention :**  
**instabilité de « Taylor - Couette » si rotation trop rapide !**

**Instabilité structurante** mise en évidence dans l'étude expérimentale du projet recherche de Nicolas Perron, sous le tutorat de Chérif Nouar, en 2015 - 2016 :

<http://energie.mines-nancy.univ-lorraine.fr/2A/TaylorCouette.htm>

**Attention :**  
**transition vers la turbulence si rotation encore + rapide !**

Cf. le film 'Playing with Taylor Couette ' sur YouTube:

[https://www.youtube.com/watch?v=\\_tA1obl1Tbc](https://www.youtube.com/watch?v=_tA1obl1Tbc)