Séance 12 de Mécanique des fluides

Couches limites

Cours :

1 Équations de Prandtl

2 Application au cas d'une plaque plane : couche limite de Blasius

Mise en place des équations

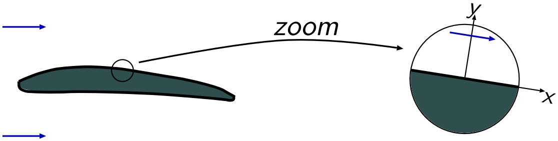
Premières propriétés : auto - similarité, transition vers la turbulence

TD : Pb. 5.1 :

Calcul numérique de la couche de Blasius et étude de ses propriétés...

en utilisant Mathematica sur vos PC portables...

1 Équations de Prandtl d'une couche limite 2D stationnaire

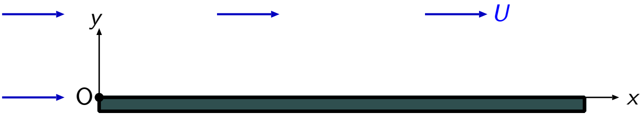


$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad \text{(Inc)}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \widehat{p}}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (\mathrm{P}_x)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \widehat{p}}{\partial y} \qquad (\mathrm{P}_y)$$

2 Couche limite de Blasius au dessus d'une plaque plane



2 Couche limite de Blasius au dessus d'une plaque plane

$$\overline{\mathbf{v}}_{extérieur} \;=\; U\overline{\mathbf{e}}_x \qquad \text{et} \qquad \widehat{p}_{extérieur} \;=\; constante$$

Coordonnée transverse réduite $\zeta \;=\; \dfrac{y}{\delta}$ avec $\delta \;=\; \delta(x) \;=\; \sqrt{\dfrac{\nu x}{U}}$

$$u \;=\; Uf'(\zeta) \qquad \text{et} \qquad v \;=\; \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\nu U}{x}}\left[\zeta f'(\zeta) - f(\zeta)\right]$$

Équation de Prandtl (P_x) $\Longrightarrow$ **équation de Blasius**

$$2f'''(\zeta) \;+\; f(\zeta)f''(\zeta) \;=\; 0$$

adhérence : $f(0) \;=\; f'(0) \;=\; 0$, raccord écoulement extérieur : $f'(+\infty) \;=\; 1$.

Solution **auto-similaire**

$$(x,\, y) \;\longmapsto\; (x',\, y') \;=\; (\alpha_x x,\, \alpha_y y) \quad \Longleftrightarrow \quad (u,\, v) \;\longmapsto\; (u',\, v') \;=\; (\alpha_u u,\, \alpha_v v)\ .$$

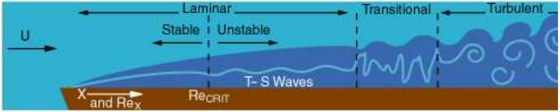
2 Couche limite de Blasius au dessus d'une plaque plane

Condition de validité du modèle :

$$\delta(x) \ll x \quad \Longleftrightarrow \quad Re_{\text{extérieur}} = \frac{Ux}{\nu} \gg 1 \ .$$

NB : $Re_{\text{extérieur}} = Re^2_{\text{local}}$ avec $Re_{\text{local}} = \dfrac{U\delta}{\nu}$.

Attention, si Re trop grand : **transition vers la turbulence !**



Via, souvent, l'amplification d'**ondes de Tollmien-Schlichting**, pour

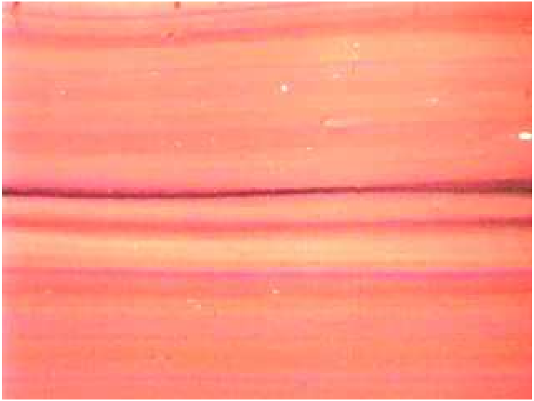
$$Re_{\text{local}} \geq 300 \quad \Longleftrightarrow \quad Re_{\text{extérieur}} \geq 9\ 10^4 \ .$$

[DVD 'Multimedia Fluid Mechanics', Homsy et al. 2004]

2 Couche limite de Blasius laminaire

Expérience de l'ONERA avec injection d'une nappe de colorant.

Visualisation près du bord d'attaque, $Re_{\text{extérieur}} \simeq 6\ 10^4$:

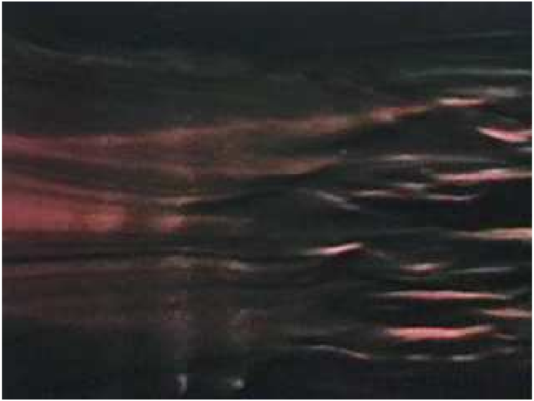


[DVD 'Multimedia Fluid Mechanics', Homsy et al. 2004]

2 Couche limite de Blasius en transition vers la turbulence

Expérience de l'ONERA avec injection d'une nappe de colorant.

Visualisation plus loin du bord d'attaque :



[DVD 'Multimedia Fluid Mechanics', Homsy et al. 2004]

2 Couche limite de Blasius en transition vers la turbulence

Expérience de l'ONERA avec injection d'une nappe de colorant.

Visualisation encore plus loin du bord d'attaque :

[DVD 'Multimedia Fluid Mechanics', Homsy et al. 2004]

+ d'éléments sur les **ondes TS** et la **transition vers la turbulence** dans le module 3A *Advanced Fluid Mechanics* !..

TD : Pb. 5.1 :
Calcul numérique de la couche de Blasius - étude de ses propriétés

$$\overline{\mathbf{v}}_{extérieur} = U\overline{\mathbf{e}}_x \quad \text{et} \quad \widehat{p}_{extérieur} = constante$$

Coordonnée transverse réduite $\zeta = \dfrac{y}{\delta}$ avec $\delta = \delta(x) = \sqrt{\dfrac{\nu x}{U}}$

$$u = Uf'(\zeta) \quad \text{et} \quad v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\nu U}{x}}[\zeta f'(\zeta) - f(\zeta)]$$

Équation de Prandtl (P_x) $\Longrightarrow$ **équation de Blasius**

$$2f'''(\zeta) + f(\zeta)f''(\zeta) = 0$$

adhérence : $f(0) = f'(0) = 0$, raccord écoulement extérieur : $f'(+\infty) = 1$.

TD suivant

Mercredi 15 novembre :

- **TD de 13h30 à 16h30 sur Mathematica :**

  Pb. 5.4 *Couches limites de Falkner-Skan*

  Travail préparatoire : lire très attentivement l'énoncé,
  et résoudre par vous-même les questions 1 et 2.

- **« Cours » de 16h30 à 16h45 :**

  Éléments de solution du TD ; compléments concernant essentiellement le décollement des couches limites.