Mines Nancy - Département Énergie - Deuxième année - Année universitaire 2021-22

***Mécanique des fluides* 2 par Emmanuel Plaut**

Test du 19 janvier 2022, 13h35 - 16h25

- Sur 2h45, de 13h35 à 16h20, vous composez sur feuille et sur **Matlab** ; sur votre PC portable, vous travaillez sans Wifi exclusivement sur **Matlab**.
- De 16h20 à 16h25, alors que nous récupérons vos rédactions, figées, vous activez votre Wifi pour charger vos scripts **Matlab** sur la page ARCHE du module, dans la section dédiée **Test de l'année 2021-2022** ; vous travaillez exclusivement sur votre navigateur préféré et sur la page ARCHE.
- Vous serez évalués avant tout sur la qualité de votre rédaction manuscrite (texte en français, figures, commentaires physiques...) ; je vérifierai aussi l'exécutabilité de vos scripts, d'où bonus / malus si cohérence / incohérence de leurs résultats avec la rédaction - voyez le barème p 3.

Exercice : *Analyse d'une simulation de couche limite turbulente de la base de KTH pour caractériser les zones « locale », « visqueuse » et « logarithmique »* [1]

On revient sur la ***simulation numérique de la base de KTH*** décrite dans l'énoncé de la partie 2 du **problème 5.1**, abordée lors du TD6. On utilise les mêmes notations que dans ce problème. On s'intéresse au cas à nombre de Reynolds élevé du fichier `vel_11000.prof` téléchargé au TD6.

1 Caractérisation des zones « locale », « visqueuse » et « logarithmique » par étude des contraintes

1.1 Théorie en proche paroi ou « modèle local »

On rappelle l'***équation de Reynolds dans la direction*** x, ***intégrée*** par rapport à y, avec les hypothèses de l'***étude locale*** ou **« *modèle local* »** en proche paroi posées au début du problème :

$$\tau_{xy} \; + \; \tau_{xy}^t \; = \; \tau_p \qquad \text{(RANS}x\text{)}$$

avec, en utilisant une terminologie un peu plus concise que dans le cours :

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \eta \frac{dU}{dy} \text{ la \textbf{\textit{contrainte visqueuse}}}, \\ \tau_{xy}^t &= -\rho \left\langle v_x' v_y' \right\rangle \text{ la \textbf{\textit{contrainte turbulente}}}, \\ \tau_p &= \eta \frac{dU}{dy}\Big|_{y=0} \text{ la \textbf{\textit{contrainte pariétale}}}. \end{aligned}$$

On rappelle aussi la forme adimensionnelle de (RANSx) en unités +, établie dans le problème :

$$\frac{dU^+}{dy^+} \; + \; \tau_{xy}^+ \; = \; \tau^+ \qquad \text{(RANS}x^+\text{)}$$

avec τ^+ la **« *contrainte totale* »**, dont la valeur serait τ_0^+ entière connue selon le ***modèle local*** [2] ; précisez justement la valeur de τ_0^+ .

1.2 Étude Matlab de la simulation de KTH

1.2.1 Avec les notations de KTH, la contrainte turbulente adimensionnelle

$$\tau_{xy}^+ \; = \; - \langle uv \rangle^+$$

puisque les composantes de la vitesse fluctuante sont notées (u,v,w) au lieu de (v_x', v_y', v_z'). En considérant la ligne 12 du fichier `vel_11000.prof`, donnez les numéros des colonnes qui contiennent, à partir de la ligne 13, les valeurs tabulées de

- la coordonnée y^+ ;
- la contrainte visqueuse adimensionnelle dU^+/dy^+ ;
- l'opposé de la contrainte turbulente adimensionnelle τ_{xy}^+ .

1. La zone ou sous couche dite ici « logarithmique » correspond à la « couche externe » du polycopié.

2. Dans les ***simulations*** qui sont ***globales***, puisqu'elles prennent en compte un développement spatial, en fonction de x, de la couche limite, la valeur de τ^+ n'est pas constante !

1.2.2 Créez un script `NOM1.m`, avec `NOM` votre nom de famille[3], produisant une **figure 1** représentant en abscisse $y^+ \in [0{,}2500]$, en ordonnée en bleu la contrainte visqueuse adimensionnelle, en rouge la contrainte turbulente adimensionnelle, en noir la somme τ^+ de ces deux contraintes. Utilisez

- la commande `hold on` pour superposer les 3 courbes demandées,
- la commande `axis` pour zoomer sur la zone d'intérêt,
- la commande `pbaspect([2.5 1 1])` pour modifier le rapport d'aspect et mieux visualiser les courbes, l'intervalle des valeurs d'abscisse étant grand.

Reproduisez cette **figure 1** sur votre copie.

1.2.3 Décrivez et expliquez physiquement le comportement des contraintes dU^+/dy^+ , τ^+_{xy} et τ^+ lorsque y^+ augmente à partir de 0 puis devient très grand.

1.2.4 On pose comme ***critère de validité du modèle local*** que la contrainte totale τ^+ vérifie

$$0{,}9\ \tau_0^+\ <\ \tau^+\ <\ 1{,}1\ \tau_0^+\ . \tag{Critloc}$$

Quelle inégalité est contraignante ?
Augmentez votre script `NOM1.m` d'une section dans laquelle vous calculez y_g^+ , la première valeur de y^+ dans la liste de la base, pour laquelle l'inégalité contraignante n'est plus vérifiée. Donnez sur votre copie la valeur y_g^+ arrondie à l'entier le plus proche.

Indication : cette section pourrait ressembler à ce qui suit, les noms de variable sont peut-être à adapter, tandis que les `...` demandent à être corrigés :

```
I= find(taup...)
indg= I(1)
ypg= yp(indg)
ypg= round(ypg)
```

1.2.5 Augmentez votre script `NOM1.m` d'une section dans laquelle vous produisez une **figure 2** avec les mêmes courbes que **figure 1** mais dans la zone « locale » $y^+ \in\ [0{,}y_g^+]$, et en rajoutant une ligne horizontale pointillée au niveau $\tau^+ = \tau^+_{\text{lim}}$ qui a déterminé y_g^+ ; utilisez pour cela la commande `yline`.
Pour revenir à un rapport d'aspect carré, commencez votre section par `delete(gca)`, ce qui efface toutes les options graphiques.
Reproduisez cette **figure 2** sur votre copie.

1.2.6 Commentez physiquement la **figure 2**, en évoquant notamment certaines des approximations qui ont conduit au modèle de la ***sous couche visqueuse*** puis à celui de la ***sous couche logarithmique***, rendues « visualisables ». En particulier, où pourrait-on d'après cette figure estimer que l'on est au cœur de la sous couche ou zone logarithmique ?

§

2 Caractérisation fine de la zone « logarithmique » par étude de la viscosité turbulente

2.1 Théorie

2.1.1 Rappelez l'expression de la ***viscosité cinématique turbulente*** ν^t dans la ***zone logarithmique***, posée dans le problème. Elle dépend non seulement de la constante de Von Karman χ, mais aussi d'une vitesse caractéristique que vous définirez précisément en la reliant à l'une des contraintes introduites dans la partie 1 de cet exercice.
Déduisez en l'expression de la ***viscosité turbulente adimensionnée***

$$\nu^+\ =\ \frac{\nu^t}{\nu}\ =\ \frac{\eta^t}{\eta}$$

dans la zone logarithmique.

3. Simplifiez-le si vous avez un nom composé, ne mettez pas d'espace dans un nom de fichier.

2.1.2 En revenant d'autre part aux définitions du modèle de Boussinesq, explicitées ici dans le cas où le champ de vitesse moyen a pour seule composante non nulle $V_x = U(y)$, en dimensionnel puis adimensionnel, montrez que l'on peut « mesurer » la viscosité turbulente ν^+ à partir de données de la base de KTH déjà étudiées dans la partie 1.

Indications : focalisez vous sur les composantes non diagonales du tenseur des contraintes turbulentes ; pour l'adimensionnement, utilisez les vitesse et longueur caractéristiques introduites dans le problème : la même vitesse qu'en question 2.1.1, plus une longueur que vous définirez précisément.

2.2 Étude Matlab de la simulation de KTH

2.2.1 Créez un script `NOM2.m` produisant une **figure 3** représentant en abscisse $y^+ \in [0{,}2500]$, en ordonnée en noir la viscosité turbulente adimensionnelle.
Reproduisez cette **figure 3** sur votre copie.

2.2.2 Commentez physiquement la **figure 3**.

2.2.3 Augmentez votre script `NOM2.m` d'une section dans laquelle vous produisez une **figure 4** représentant en abscisse $y^+ \in [0{,}y_g^+]$, en ordonnée en noir la viscosité turbulente adimensionnelle ν^+ divisée par y^+ .

Indication : pour calculer le quotient terme à terme de ν^+ par y^+, utilisez l'opérateur **Matlab** « `./` » .

Reproduisez cette **figure 4** sur votre copie.

2.2.4 À partir de la position du maximum local de la courbe de la **figure 4**, qui correspond donc à un plateau, estimez

- une valeur entière de y^+, soit $y^+_{\log}$, qui serait au centre de la zone logarithmique ;
- une valeur de la constante de Von Karman χ, avec un seul chiffre significatif.

Commentez succinctement.

§

Barème indicatif : les ± indiquent les bonus / malus liés aux scripts **Matlab** :

Question	1.1	1.2.1	1.2.2	1.2.3	1.2.4	1.2.5	1.2.6	2.1.1	2.1.2	2.2.1	2.2.2	2.2.3	2.2.4	**Total**
Points	0,5	1	1 ± 1	2	1,5 ± 1	1 ± 0,5	2	1	2	1 ± 1	1,5	1 ± 1	3	**23**

Le total sur 23 sera ramené à 20 par une règle à définir.