

Pb : *Modèle de Karman - Prandtl d'écoulements turbulents en tuyau*

**1**  $\overline{\mathbf{D}}(\overline{\mathbf{V}}) = \frac{1}{2}U'(r) (\overline{\mathbf{e}}_z \otimes \overline{\mathbf{e}}_r + \overline{\mathbf{e}}_r \otimes \overline{\mathbf{e}}_z)$ .

**2.a**  $\overline{\mathbf{T}} = 2(\eta + \eta^t)\overline{\mathbf{D}}(\overline{\mathbf{V}})$  convient.

**2.b**  $P(r,z) = \Pi(z) - \frac{2}{3}\rho k(r)$ .

**2.c** *Perte de pression motrice moyenne...*

**2.d**  $(\eta + \eta^t) U'(r) = -\frac{1}{2}Gr$ .

**2.e**  $\tau_p = \frac{1}{2}Ga$ .

**3.b**  $W^+(y) = \frac{1}{\chi} \ln y^+ + C$ .

**4.a**  $U^+ = \frac{1}{\chi} \ln[a^+(1 - \tilde{r})] + C$ .

**4.b**  $V^+ = \frac{1}{\chi} \ln a^+ - \frac{3}{2\chi} + C$ .

**5.a**  $G = \frac{\rho V^2}{4a} \lambda \implies u_\tau = V \sqrt{\frac{\lambda}{8}}$ .

**5.b**  $Re_\tau = Re \sqrt{\frac{\lambda}{32}}$ .

**6.a**  $\alpha = \frac{\ln 10}{\sqrt{8}\chi}$  et  $\beta = \frac{C}{\sqrt{8}} - \frac{3 + \ln 32}{2\sqrt{8}\chi}$ .

**6.b**  $\alpha = 2,0$  et  $\beta = -0,95$ .

**7**  $\tilde{U} = \frac{\ln[a^+(1 - \tilde{r})] + \chi C}{\ln a^+ + \chi C}$ .

**8.a & b** Pour le 1<sup>er</sup> écoulement on trouve avec Matlab

$$\lambda = 0,0274 \simeq 1,02\lambda_{\text{expe}} \quad \text{et} \quad Re_\tau = 556 \dots$$

**10**  $\nu^+ = \chi a^+(1 - \tilde{r})$ .