Séance 8 de $\boxed{\text{Mécanique des fluides}}$

Modèle du fluide parfait appliqué aux écoulements instationnaires : Ondes sonores

1 Généralités : notion d'ondes dispersives ou non

Résumé de l'annexe B...
faisant le lien avec l'étude précédente des ondes interfaciales...

2 Ondes sonores... ou de la compressibilité des fluides

3 TD

Ex. 3.3 *Ondes sonores planes* et 3.4 *Coup de bélier*.

Prochain RV : test 1 ce mercredi, RV à 13h40 en salle P306...

Relation de « dispersion » :

$$\sigma \;=\; -\,i\omega(k \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{\omega \;=\; \omega(k}$$

Pourquoi ce terme « dispersion » ?

La réponse en considérant dans une situation quasi D un « paquet d'ondes » centrées sur le nombre d'onde k :

$$\zeta(x,t \;=\; \int_{q\in\mathcal{V}(0)} \widehat{A}(k + q \;\; e^{i[(k+q)x-\omega(k+q)t]}\, dq \; + \; c.c.$$

$$\zeta(x,t \;=\; \underbrace{A(x,t}_{\text{enveloppe lentement variable}} \quad \underbrace{e^{i[kx-\omega(k)t]}}_{\text{porteuse}} \; + \; c.c.$$

En ère approx l'enveloppe qui décrit les modulations de la porteuse est une onde se propageant à la **vitesse de groupe**

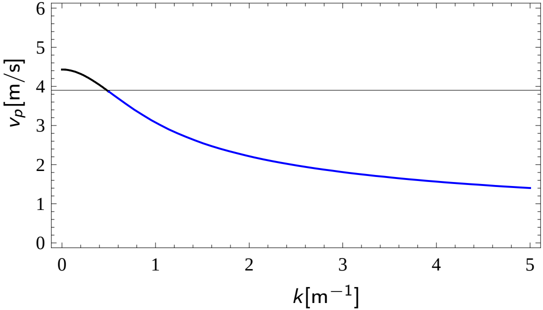
$$v_g(k \;=\; \frac{d\omega}{dk}\,.$$

Ondes **dispersives** $\Leftrightarrow$ v_g dépend de k (ou ω $\Leftrightarrow$ $v_p = \dfrac{\omega}{k}$ dépend de k (ou ω

Les ondes de surface sont dispersives :

$$v_p^2 = \left(\frac{\omega}{k}\right)^2 = \underbrace{\frac{g}{k}\tanh(kh}_{\text{terme de gravité}} + \underbrace{\frac{\gamma k}{\rho}\tanh(kh}_{\text{terme capillaire}}$$

cas d'un bassin ou près de la plage : $h =$ m : $\sqrt{gh} = 4{,}4$ m/s :



Rem. : une étude détaillée des ondes de surface en eau profonde avec une validation de l'hypothèse « uide parfait » est proposée dans le pb 3

Ondes sonores... ou de la compressibilité des fluides

Celle ci se caractérise par le **coe□cient de compressibilité isentropique**

$$\kappa_S \;=\; \frac{\ }{\rho}\,\frac{\partial\rho}{\partial p}\Big|_S \;=\; -\,\frac{\ }{\mathcal{V}}\,\frac{\partial\mathcal{V}}{\partial p}\Big|_S$$

qui permet de relier les uctuations ρ' de masse volumique aux uctuations p' de pression suivant

$$\rho' \;=\; \rho_0\kappa_S\; p' \;.$$

On montre que ces petites uctuations de pression de masse volumique et de vitesse se propagent à la vitesse de phase

$$c \;=\; \frac{\ }{\sqrt{\rho\;\kappa_S}} \;.$$

Les ondes sonores sont donc **non dispersives**

TD : Ex 3 3 *Ondes sonores planes* et 3 4 *Coup de bélier*

Rem. : sur le *coup de bélier* voyez aussi le pb 3 7 *Quelques phénomènes dans une centrale hydraulique*