$5^{ème}$ séance de **Mécanique des fluides**

Cours :

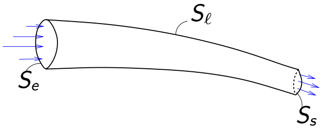
Retour sur les pertes et gains de charge, en lien avec la dissipation.

À l'occasion : éléments sur la **transition vers la turbulence** et la **turbulence**.

TD :

- Pb. 7.5 de MMCSF *Modélisation de la vidange d'un réservoir* ;
- Début du pb. 7.6 de MMCSF *Station de Transfert d'Énergie par Pompage*.

Bilan d'E_c en écoulement ouvert permanent dans un tube de courant



▷ Écoulements **unidirectionnels normaux** ($\overline{\mathbf{v}} \parallel \overline{\mathbf{n}}$) **en entrée et sortie**

$$\Longrightarrow \quad \frac{dE_c}{dt} \simeq \dot{m}\left(\frac{1}{2}\alpha_s V_s^2 - \frac{1}{2}\alpha_e V_e^2\right) ,$$

$$V_e = \frac{1}{A_e}\iint_{S_e} v \; d^2S = \frac{q}{A_e} = \text{ vitesse débitante sur } S_e ,$$

$$\left\langle v^3 \right\rangle_e = \frac{1}{A_e}\iint_{S_e} v^3 d^2S = \text{ vitesse cubique moyenne sur } S_e ,$$

$$\alpha_e = \frac{\left\langle v^3 \right\rangle_e}{V_e^3} = \text{ coefficient d'énergie cinétique sur } S_e ,$$

idem sur S_s.

Coefficient d'énergie cinétique ?

$$
\begin{aligned}
V &= \frac{1}{A}\iint_S v \; d^2S = \frac{q}{A} = \text{ vitesse débitante sur } S \;, \\
\left\langle v^3 \right\rangle &= \frac{1}{A}\iint_S v^3 d^2S = \text{ vitesse cubique moyenne sur } S \;, \\
\alpha &= \left\langle v^3 \right\rangle / V^3 = \text{ coefficient d'énergie cinétique sur } S \;.
\end{aligned}
$$

Écoulement **laminaire** de Poiseuille entre 2 plans situés en $y = \pm h$:

$$\overline{\mathbf{v}} = v(y)\overline{\mathbf{e}}_x \quad \text{avec} \quad v(y) = W(1 - y^2/h^2) \quad \Longrightarrow \quad \alpha = 1{,}54 \simeq 2 \;.$$

Écoulement **laminaire** de Hagen-Poiseuille dans un tuyau de rayon a :

$$\overline{\mathbf{v}} = v(r)\overline{\mathbf{e}}_z \quad \text{avec} \quad v(r) = W(1 - r^2/a^2) \quad \Longrightarrow \quad \alpha = 2 \;.$$

Retenir qu'en **écoulement laminaire**, $\alpha \simeq 2$.

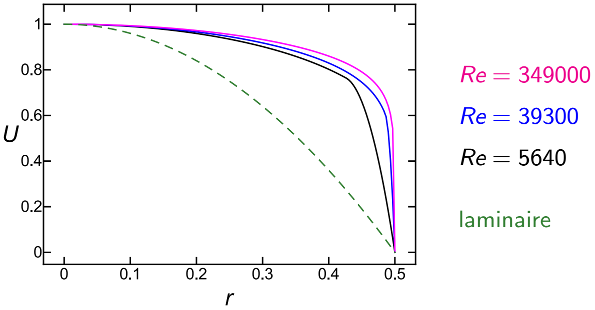
Coefficient d'énergie cinétique ?

$$V \;=\; \frac{1}{A}\iint_S v\; d^2S \;=\; \frac{q}{A} \;=\; \text{vitesse débitante sur } S \;,$$

$$\langle v^3\rangle \;=\; \frac{1}{A}\iint_S v^3 d^2S \;=\; \text{vitesse cubique moyenne sur } S \;,$$

$$\alpha \;=\; \langle v^3\rangle / V^3 \;=\; \text{coefficient d'énergie cinétique sur } S \;.$$

Écoulem^t **turbulent** **moyen** (temporellem^t) en tuyau : profil devient « plat »



[Gisselbrecht & Plaut 2015 $k-\epsilon$ model of turbulent pipe flow. *CFM*]

Coefficient d'énergie cinétique ?

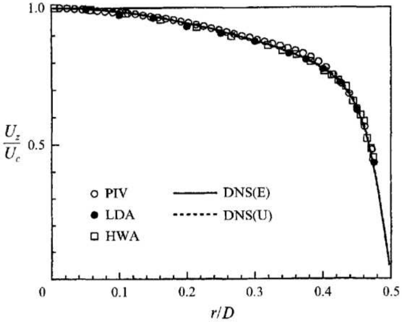
$$V = \frac{1}{A}\iint_S v\ d^2S = \frac{q}{A} = \text{ vitesse débitante sur } S\ ,$$

$$\langle v^3 \rangle = \frac{1}{A}\iint_S v^3 d^2S = \text{ vitesse cubique moyenne sur } S\ ,$$

$$\alpha = \langle v^3 \rangle / V^3 = \text{ coefficient d'énergie cinétique sur } S\ .$$

Écoulem$^{\text{t}}$ **turbulent** **moyen** (temporellem$^{\text{t}}$) en tuyau : profil devient « plat »

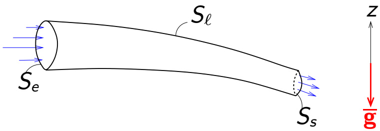
$$\Longrightarrow \quad \alpha \simeq 1\ .$$



$Re = 5400$

[Eggels et al. 1994 Fully developed turbulent pipe flow. *JFM*]

Bilan d'E_c en écoulement ouvert permanent dans un tube de courant



▷ Sections d'entrée-sortie **peu étendues dans la direction** z

$$\Longrightarrow \quad P_{\text{volumiques}} \simeq \dot{m}(gz_e - gz_s)$$

▷ Fluide parfait ou surface latérale paroi en fluide visqueux

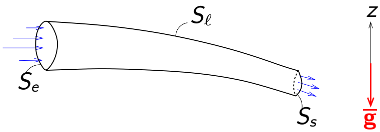
$$\Longrightarrow \quad P_{\text{surfaciques}} \simeq q(p_e - p_s)$$

$$\Longrightarrow \quad \dot{m}\left(\frac{1}{2}\alpha_s V_s^2 - \frac{1}{2}\alpha_e V_e^2\right) \simeq \dot{m}(gz_e - gz_s) + \frac{\dot{m}}{\rho}(p_e - p_s) - P_{\text{dissipée}}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \boxed{-\frac{dE_c}{dt} + P_{\text{vol}} + P_{\text{surf}} = \dot{m}g\,\delta H = \dot{m}g\,(H_e - H_s) = P_{\text{dissipée}}}$$

$$H_e = z_e + \frac{p_e}{\rho g} + \frac{1}{2}\frac{\alpha_e V_e^2}{g} =$$ **charge** au niveau de S_e

Perte de charge en écoulem^t ouvert perman^t dans tube de courant



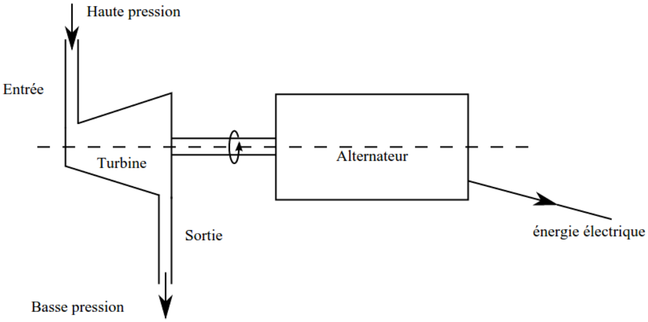
$$\boxed{-\frac{dE_c}{dt} + P_{\text{vol}} + P_{\text{surf}} = \dot{m}g\;\delta H = \dot{m}g\,(H_e - H_s) = P_{\text{dissipée}}}$$

$$H_e = z_e + \frac{p_e}{\rho g} + \frac{1}{2}\frac{\alpha_e V_e^2}{g} = \textbf{charge}\text{ au niveau de } S_e$$

$$H \simeq z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} \equiv \ell \quad \leftrightarrow \text{hauteur de liquide} \quad \leftrightarrow \text{densité d'énergie}$$

$$\underbrace{\rho g H}_{\text{enthalpie totale}} \simeq \underbrace{\rho g z}_{\text{énergie potentielle de pesanteur}} + \underbrace{p}_{\text{énergie de pression}} + \underbrace{\tfrac{1}{2}\rho V^2}_{\text{énergie cinétique}} \equiv E/\ell^3$$

Perte de charge en écoulem^{t} ouvert quasi perman^{t} dans une turbine



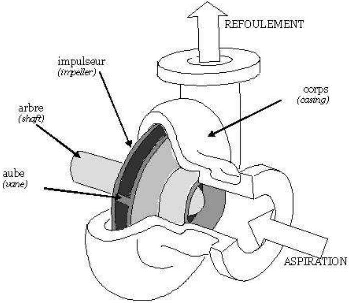
[M0tty - *Wikipedia*]

$$\dot{m}g\ (H_e - H_s)\ +\ P_{\text{turbine}\to\text{liquide}}\ \simeq\ 0$$

$$P_{\text{liquide}\to\text{turbine}}\ =\ P_{\text{turbine}}\ \simeq\ \dot{m}g\ (H_e - H_s)\ =\ \dot{m}g\ \delta H$$

$$\boxed{P_{\text{turbine}}\ \simeq\ \dot{m}g\ (H_e - H_s)\ =\ \dot{m}g\ \delta H}$$

Gain de charge en écoulem^{t} ouvert quasi perman^{t} dans une pompe



Pompe centrifuge [LEMEN - *Wikipedia*]

$$\dot{m}g\ (H_e - H_s)\ +\ P_{\text{pompe}\to\text{liquide}}\ \simeq\ 0$$

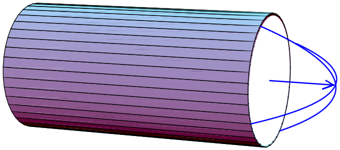
$$P_{\text{pompe}\to\text{liquide}}\ =\ P_{\text{pompe}}\ \simeq\ \dot{m}g\ (H_s - H_e)\ =\ \dot{m}g\ H_{\text{pompe}}$$

avec H_{pompe} la **hauteur manométrique**

▷ Aspiration et refoulement dans conditions similaires

$$\Longrightarrow\ \boxed{P_{\text{pompe}}\ =\ \dot{m}g\ H_{\text{pompe}}\ =\ q(p_s - p_e)}\ \Longleftrightarrow\ \boxed{p_s - p_e\ =\ \rho g H_{\text{pompe}}}$$

Perte de charge en écoulem^t ouvert perman^t dans un tuyau ?



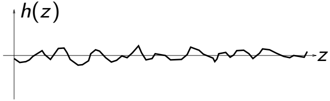
$$\delta H = \frac{\delta \widehat{p}}{\rho g} = \frac{P_{\text{dissipée}}}{\dot{m} g} = \textbf{?}$$

Recours au théorème π (ou de Vaschy-Buckingham) de l'analyse dimensionnelle !

Applicat° du thm. π aux écoulements en tuyau droit à sect° circulaire

- 3 grandeurs fondamentales : **diamètre** d, **masse volumique** ρ, **vitesse débitante** V ;

- 3 paramètres adimensionnels : **longueur réduite** $\pi_4 = L/d \gg 1$, **rugosité relative des parois** $\pi_5 = \varepsilon = e/d$ avec $e = \sqrt{\langle h^2 \rangle_z}$



  inverse de la viscosité réduite $\pi_6 = \nu/(Vd)$
  nombre de Reynolds $1/\pi_6 = Re = Vd/\nu$.

- Grandeur dépendante **perte de pression**

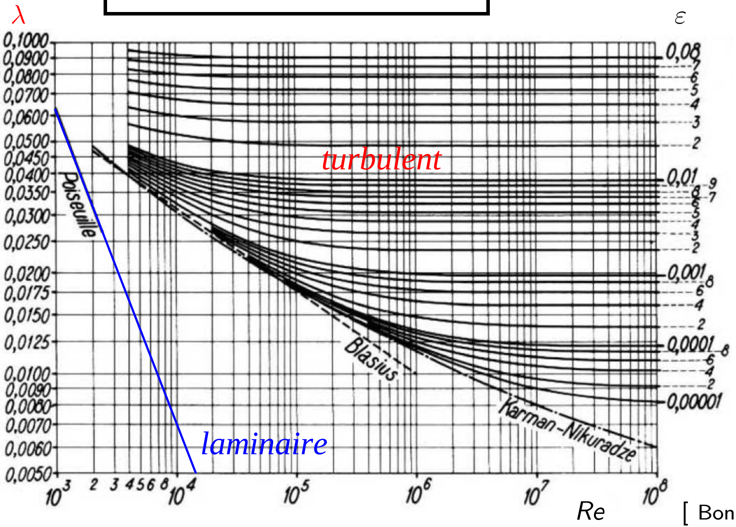
$$\pi_0 = \frac{\delta\widehat{p}}{\rho V^2} = \mathcal{F}(\pi_4,\, \pi_5,\, 1/\pi_6) = \mathcal{F}\left(\frac{L}{d},\, \varepsilon,\, Re\right) = \frac{1}{2}\frac{L}{d}\lambda(Re,\, \varepsilon)\ ,$$

  λ **coefficient de perte de charge**,

$$\boxed{\delta H = \frac{\delta\widehat{p}}{\rho g} = \frac{V^2}{2g}\ \frac{L}{d}\ \lambda(Re,\, \varepsilon)}$$

Pertes de charge en écoulements en tuyau droit

$$\boxed{\delta H = \frac{\delta \widehat{p}}{\rho g} = \frac{V^2}{2g}\,\frac{L}{d}\,\lambda(Re,\,\varepsilon)} = \frac{P_{\text{dissipée}}}{\dot{m} g}$$



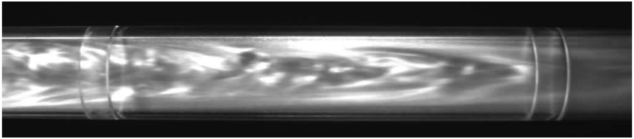
[Bonnin 1983]

Pertes de charge en écoulements en tuyau droit

$$\boxed{\delta H = \frac{\delta \widehat{p}}{\rho g} = \frac{V^2}{2g}\,\frac{L}{d}\,\lambda(Re,\,\varepsilon)} = \frac{P_{\text{dissipée}}}{\dot{m} g}$$

Transition vers la turbulence $\Longrightarrow \quad ||\overline{\overline{\mathbf{D}}}|| \uparrow \quad \Longrightarrow \quad P_{\text{dissipée}} \uparrow \quad \Longrightarrow \quad \lambda \uparrow$

Expérience : bouffée turbulente à $Re = 2200$,
visualisée grâce à des particules anisotropes :



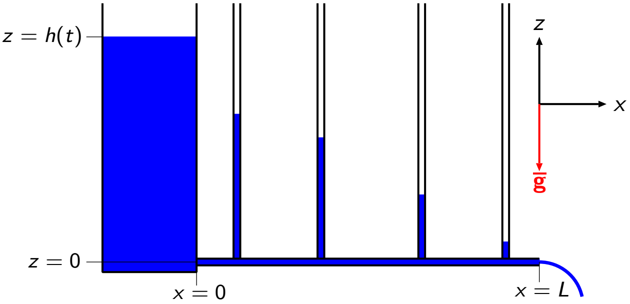
[Peixinho & Mullin 2006 Decay of turbulence in pipe flow. *PRL*]

SND : *Numerical 'puff' at* $Re = 1900$ *with a* (r,z) *section of the axial vorticity* :

[Willis & Kerswell 2007 ... relaminarization of localized turbulence in pipe flow. *PRL*]

TD : Pb. 7.5 de MMCSF : Vidange d'un réservoir par un tuyau

Diamètre du réservoir $D = 84$ mm.



Prises de pression en $x_1 = 13$ cm, $x_2 = 38$ cm, $x_3 = 68$ cm, $x_4 = 93$ cm.
Diamètre du tuyau $d = 5$ mm ; longueur $L = 103$ cm.

TD : Pb. 7.6 de MMCSF : Stat° de Transfert d'Énergie par Pompage

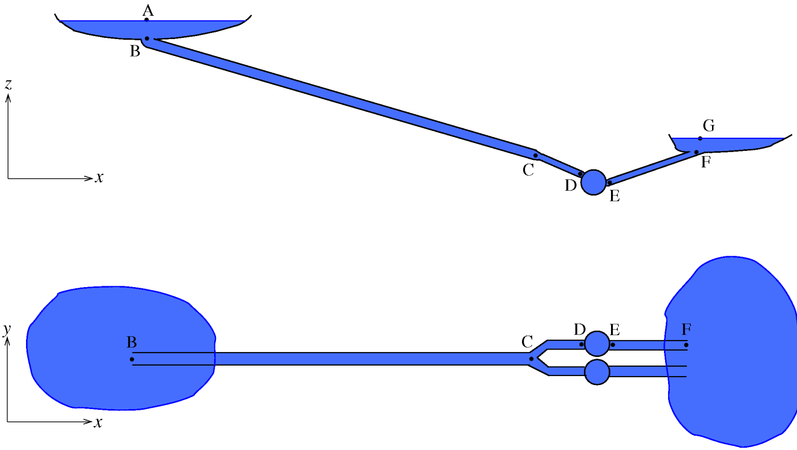
Film EDF disponible sur le web
chercher *STEP EDF* sur YouTube
https://www.youtube.com/watch?v=cOKSst-un8c

TD : Pb. 7.6 de MMCSF : Stat° de Transfert d'Énergie par Pompage

Vue aérienne de la STEP de Revin (Ardennes) photo Airdiasol pour eDF :

TD : Pb. 7.6 de MMCSF : Stat° de Transfert d'Énergie par Pompage

Schéma de principe d'une STEP à 2 groupes turbines-pompes (disques) :



En haut : vue de côté ; en bas : vue par dessus.

La semaine prochaine, lundi 10 octobre : fin du pb. 7.6... avec Mathematica !

Il faudra donc qu'un élève sur deux vienne en TD muni de son PC portable, équipé de Mathematica.
Cf.

http://emmanuelplaut.perso.univ-lorraine.fr/mf .

Annonce concernant le cursus EPFL

À votre disposition pour envisager ce cursus :

- la page web « confidentielle » de cadrage de ce cursus, cf. mon mel du 21 juin 2016 ;
- les CR de cursus des 3 élèves qui l'ont déjà fait sur la page ARCHE *CR de cursus extérieurs EPT - EF* ;
- la présentation des élèves 2A faite hier (je vous l'envoie par mel) ;
- ces élèves eux-mêmes !..

Les élèves motivés par ce cursus doivent m'écrire un **court mel de motivation** d'ici **dimanche 9 octobre 20h** délai de rigueur.