$3^{ème}$ séance de $\boxed{\textbf{Mécanique des fluides}}$

Emmanuel Plaut

http://emmanuelplaut.perso.univ-lorraine.fr/mf

Rappel :

Équation de Navier - Stokes.

Aujourd'hui :

Bilans d'énergies cinétique et interne - dissipation.
Applications :

- Énergie éolienne
- Circuit primaire de centrale nucléaire
- Rhéomètre de Couette cylindrique (TD - Pb. 1.1)

Rappel : équation de Navier-Stokes

Loi de comportement $\quad \overline{\overline{\sigma}} \; = \; -\, p\overline{\overline{1}} \; + \; 2\eta\overline{\overline{\mathbf{D}}}$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{\rho\frac{d\overline{\mathbf{v}}}{dt} \; = \; \rho\overline{\mathbf{g}} \; - \; \overline{\boldsymbol{\nabla}}p \; + \; \eta\overline{\boldsymbol{\Delta}\mathbf{v}}} \qquad (\overline{\mathbf{NS}})$$

soit avec $\widehat{p} = p + \rho g z$

$$\boxed{\underbrace{\rho\frac{d\overline{\mathbf{v}}}{dt}}_{\text{termes inertiels}} \; = \; \rho\left[\frac{\partial\overline{\mathbf{v}}}{\partial t} \; + \; \left(\overline{\overline{\boldsymbol{\nabla}}\mathbf{v}}\right)\cdot\overline{\mathbf{v}}\right] \; = \; \underbrace{-\;\overline{\boldsymbol{\nabla}}\widehat{p}}_{\text{terme de pression}} \; + \; \underbrace{\eta\overline{\boldsymbol{\Delta}\mathbf{v}}}_{\text{terme visqueux}}}$$

$$\text{Nombre de Reynolds} \; = \; Re \; = \; \frac{\rho\left(\overline{\overline{\boldsymbol{\nabla}}\mathbf{v}}\right)\cdot\overline{\mathbf{v}}}{\eta\overline{\boldsymbol{\Delta}\mathbf{v}}} \; = \; \frac{T_{\text{visqueux}}}{T_{\text{advection}}} \; = \; \frac{L^2/\nu}{L/V} \; = \; \frac{VL}{\nu}$$

Équation d'ordre 2 en espace : condition limite à une paroi :

adhérence à la paroi : $\quad \overline{\mathbf{v}}(\overline{\mathbf{x}},t) \; = \; \overline{\mathbf{v}}_{\text{paroi}}(\overline{\mathbf{x}},t)$.

Aujourd'hui : bilans d'énergie cinétique

Bilan local :

$$\rho \frac{de_c}{dt} \;=\; \rho \overline{\mathbf{g}} \cdot \overline{\mathbf{v}} \;+\; (\overline{\mathbf{div}}\; \overline{\overline{\sigma}}) \cdot \overline{\mathbf{v}} \quad \text{avec} \quad e_c \;=\; \tfrac{1}{2}\overline{\mathbf{v}}^2 \text{ densité massique d'énergie cin.}$$

Bilan global :

$$\boxed{\frac{dE_c}{dt} \;=\; P_{\text{volumiques}} \;+\; P_{\text{surfaciques}} \;-\; P_{\text{dissipée}}}$$

$$E_c \;=\; \iiint_{D_t} \rho e_c \; d^3x \;, \quad \frac{dE_c}{dt} \;=\; \iiint_{D_t} \frac{\partial(\rho e_c)}{\partial t} \; d^3x \;+\; \iint_{\partial D_t} \rho e_c \overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{n}} \; d^2S$$

$$P_{\text{volumiques}} \;=\; \iiint_{D_t} \rho \overline{\mathbf{g}} \cdot \overline{\mathbf{v}} \; d^3x$$

$$P_{\text{surfaciques}} \;=\; \iint_{\partial D_t} \overline{\mathbf{T}} \cdot \overline{\mathbf{v}} \; d^2S$$

$$P_{\text{dissipée}} \;=\; 2\eta \iiint_{D_t} \overline{\overline{\mathbf{D}}} : \overline{\overline{\mathbf{D}}} \; d^3x \;\geq\; 0$$

Bilan global d'énergie cinétique

$$\boxed{\frac{dE_c}{dt} = P_{\text{volumiques}} + P_{\text{surfaciques}} - P_{\text{dissipée}}}$$

$$E_c = \iiint_{D_t} \rho e_c \, d^3x \,, \quad \frac{dE_c}{dt} = \iiint_{D_t} \frac{\partial(\rho e_c)}{\partial t} \, d^3x + \iint_{\partial D_t} \rho e_c \overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{n}} \, d^2S$$

Application : estimation de la puissance disponible en éolien

Parc « Du haut des ailes »

Diamètre rotor : $d = 82$ m

Vent : $V \simeq 40$ km/h

$\Rightarrow \quad P_{\text{disponible}} \simeq$?

[*Photo* Burgmeier 2009]

Bilan global d'énergie cinétique

$$\boxed{\frac{dE_c}{dt} = P_{\text{volumiques}} + P_{\text{surfaciques}} - P_{\text{dissipée}}}$$

Mais où part l'énergie dissipée ?

Indice : penser à la maxime de Lavoisier

« Rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme »

Bilans d'énergie interne

1$^{\text{er}}$ principe de la thermodynamique, **loi d'évolution de l'énergie totale**

$$\frac{dE_{\text{tot}}}{dt} = \frac{d(E_i + E_c)}{dt} = \underbrace{P}_{\text{efforts extérieurs}} + \underbrace{\dot{Q}}_{\text{taux de chaleur reçue}}$$

avec

$$\dot{Q} = \iiint_{D_t} r \; d^3x - \iint_{\partial D_t} \overline{\mathbf{\Phi}}_{\text{chal}} \cdot \overline{\mathbf{n}} d^2S \;,$$

$$r = \text{taux volumique de production de chaleur} \;,$$

$$\overline{\mathbf{\Phi}}_{\text{chal}} = \text{vecteur densité de flux de chaleur}$$

$\hookrightarrow$ **Bilan global d'énergie interne**

$$\boxed{\frac{dE_i}{dt} = P_{\text{dissipée}} + \dot{Q}}$$

$\hookrightarrow$ **Bilan local d'énergie interne**

$$\boxed{\rho \frac{de_i}{dt} = 2\eta \overline{\overline{\mathbf{D}}} : \overline{\overline{\mathbf{D}}} + r - \mathrm{div} \overline{\mathbf{\Phi}}_{\text{chal}}}$$

Bilans d'énergie interne

Bilan local d'énergie interne

$$\boxed{\rho\frac{de_i}{dt} = 2\eta\overline{\overline{\mathbf{D}}}:\overline{\overline{\mathbf{D}}} + r - \mathrm{div}\overline{\mathbf{\Phi}}_{\text{chal}}}$$

- Pour une variation infinitésimale dT de température,

$$de_i = c\ dT \quad \text{avec} \quad c \text{ la } \textbf{capacité calorifique massique}$$

- **Loi de Fourier** : le vecteur densité de flux de chaleur

$$\overline{\mathbf{\Phi}}_{\text{chal}} = -\lambda\overline{\mathbf{\nabla}}T \quad \text{avec} \quad \lambda \text{ la } \textbf{conductivité thermique}$$

- Taux volumique de production de chaleur

$$r = 0$$

↪ **Équation de la chaleur**

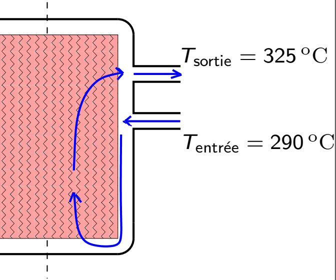
$$\boxed{\rho c\frac{dT}{dt} = 2\eta\overline{\overline{\mathbf{D}}}:\overline{\overline{\mathbf{D}}} + \lambda\Delta T}$$

Bilan d'énergie interne : exemple avec production volumique de chaleur

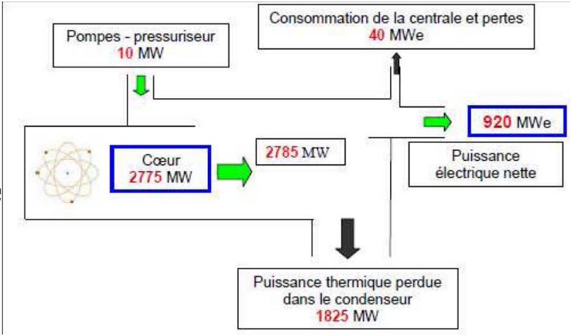
Partie « cuve » du circuit primaire d'un réacteur nucléaire 900 MWe.

Ce bilan doit permettre une estimation du **débit du fluide caloporteur**.

Schéma de la cuve :



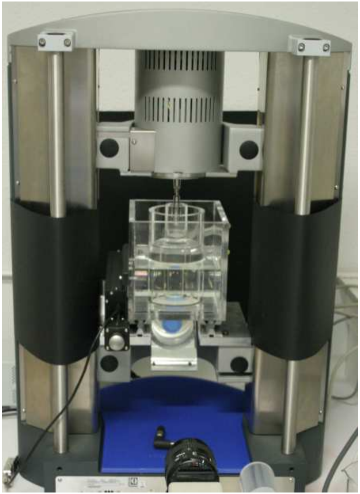
bilan thermique :



[Heim 2010 *Soutenance de stage AREVA*]

TD : Pb. 1.1 : Écoulements de Couette cylindrique

Par exemple ceux de l'**expérience de Couette cylindrique** du **Lemta** :



[Benbelkacem & Skali-Lami 2008]

Attention :
instabilité de « Taylor - Couette » si rotation trop rapide !

Instabilité structurante mise en évidence dans l'étude expérimentale du projet recherche de Nicolas Perron, sous le tutorat de Chérif Nouar, en 2015 - 2016 :

http://energie.mines-nancy.univ-lorraine.fr/2A/TaylorCouette.htm

Attention :

transition vers la turbulence si rotation encore + rapide !

Cf. le film 'Playing with Taylor Couette ' sur YouTube:

https://www.youtube.com/watch?v=_tA1obI1Tbc