

12^{ème} séance de **Mécanique des fluides**

Couches limites

Cours :

1 Équations de Prandtl

2 Application au cas d'une plaque plane : couche limite de Blasius

Mise en place des équations

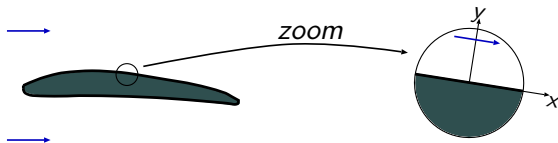
Premières propriétés : auto - similarité, transition vers la turbulence

TD : Pb. 5.1 :

Calcul numérique de la couche de Blasius et étude de ses propriétés...

en utilisant Mathematica sur vos PC portables...

1 Équations de Prandtl d'une couche limite 2D stationnaire



$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{Inc})$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{P}_x)$$

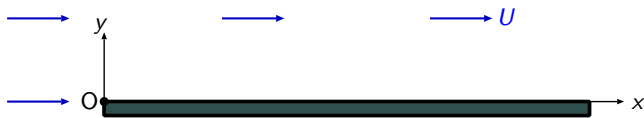
$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial y} \quad (\text{P}_y)$$

2 Couche limite de Blasius au dessus d'une plaque plane



2 Couche limite de Blasius au dessus d'une plaque plane

$$\bar{\mathbf{v}}_{\text{extérieur}} = U\bar{\mathbf{e}}_x \quad \text{et} \quad \hat{p}_{\text{extérieur}} = \text{constante}$$



Coordonnée transverse réduite $\zeta = \frac{y}{\delta}$ avec $\delta = \delta(x) = \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$

$$u = Uf'(\zeta) \quad \text{et} \quad v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\nu U}{x}}[\zeta f'(\zeta) - f(\zeta)]$$

Équation de Prandtl (P_x) \implies **équation de Blasius**

$$2f'''(\zeta) + f(\zeta)f''(\zeta) = 0$$

adhérence : $f(0) = f'(0) = 0$, raccord écoulement extérieur : $f'(+\infty) = 1$.

Solution **auto-similaire**

$$(x, y) \mapsto (x', y') = (\alpha_x x, \alpha_y y) \iff (u, v) \mapsto (u', v') = (\alpha_u u, \alpha_v v).$$

2 Couche limite de Blasius au dessus d'une plaque plane

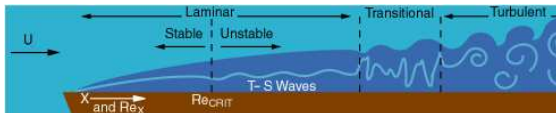


Condition de validité du modèle :

$$\delta(x) \ll x \iff Re_{\text{extérieur}} = \frac{Ux}{\nu} \gg 1.$$

NB : $Re_{\text{extérieur}} = Re_{\text{local}}^2$ avec $Re_{\text{local}} = \frac{U\delta}{\nu}$.

Attention, si Re trop grand : **transition vers la turbulence !**



Via, souvent, l'amplification d'**ondes de Tollmien-Schlichting**, pour

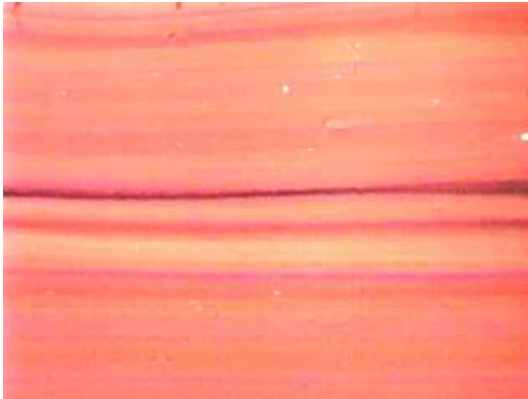
$$Re_{\text{local}} \geq 300 \iff Re_{\text{extérieur}} \geq 9 \cdot 10^4.$$

[DVD 'Multimedia Fluid Mechanics', Homsy et al. 2004]

2 Couche limite de Blasius laminaire

Expérience de l'ONERA avec injection d'une nappe de colorant.

Visualisation près du bord d'attaque, $Re_{\text{extérieur}} \simeq 6 \cdot 10^4$:



[DVD 'Multimedia Fluid Mechanics', Homsy et al. 2004]

2 Couche limite de Blasius en transition vers la turbulence

Expérience de l'ONERA avec injection d'une nappe de colorant.

Visualisation plus loin du bord d'attaque :



[DVD 'Multimedia Fluid Mechanics', Homsy et al. 2004]

2 Couche limite de Blasius en transition vers la turbulence

Expérience de l'ONERA avec injection d'une nappe de colorant.

Visualisation encore plus loin du bord d'attaque :



[DVD 'Multimedia Fluid Mechanics', Homsy et al. 2004]

+ d'éléments sur les **ondes TS** et la **transition vers la turbulence**
dans le module 3A *Advanced Fluid Mechanics* !..

TD : Pb. 5.1 :

Calcul numérique de la couche de Blasius - étude de ses propriétés

$$\bar{\mathbf{v}}_{\text{extérieur}} = U\bar{\mathbf{e}}_x \quad \text{et} \quad \hat{p}_{\text{extérieur}} = \text{constante}$$



Coordonnée transverse réduite $\zeta = \frac{y}{\delta}$ avec $\delta = \delta(x) = \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$

$$u = Uf'(\zeta) \quad \text{et} \quad v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\nu U}{x}}[\zeta f'(\zeta) - f(\zeta)]$$

Équation de Prandtl (P_x) \implies **équation de Blasius**

$$2f'''(\zeta) + f(\zeta)f''(\zeta) = 0$$

adhérence : $f(0) = f'(0) = 0$, raccord écoulement extérieur : $f'(+\infty) = 1$.

TD suivant

Mercredi 23 novembre :

▶ **TD de 13h30 à 16h30 sur Mathematica :**

Pb. 5.4 *Couches limites de Falkner-Skan*

Travail préparatoire : lire très attentivement l'énoncé,
et résoudre par vous-même les questions 1 et 2.

▶ **« Cours » de 16h30 à 16h45 :**

Éléments de solution du TD ; compléments concernant essentiellement le
décollement des couches limites.

Consignes créneaux de projet « département »

3 créneaux fin 2016 :

- 0 lundi 21 novembre 15h15 à 17h → présentat^o des projets parcours Artem (PA)
- 1 lundi 28 novembre 15h15 à 18h30
- 2 lundi 5 décembre de 15h15 à 18h30

Au moins 1 créneau de projet/semaine à partir de la 2^{ème} semaine de janvier 2017.

Pendant tous ces créneaux

- ▷ les élèves en parcours Recherche (PR) sont en projet PR
- ▷ les élèves en parcours Artem sont en P222 au créneau 0 puis en projet PA
- ▷ Helen qui se destine au S8 KIT prépare son départ